资源最优分配与价格形成

贺菊煌

一、引论

本文所讲的资源分配，是指劳动力、资金、土地等经济资源在各生产部门的分配；资源最优分配，是指在既定的收入分配结构下，保证消费者需要得到最大满足的一种资源分配。具体来说，如果资源分配的结果使得产品结构符合社会需求结构，生产达到最大可能性，那么，这种分配就是最优分配。

不同的经济制度有不同的资源分配方式。在资本主义制度下，资源分配依赖于价格机制；在社会主义制度下，资源分配受计划机关控制，但是也离不开价格机制。

经过三十多年的实践经验，我国大多数经济学家已经认识到，不能把计划同价值规律对立起来，计划只能自觉地运用价值规律，而不能违反价值规律。这是我们经济学界的一大进步。

现在的问题是，计划机关如何自觉地运用价值规律？更具体一点说，计划机关订出什么样的生产计划和价格计划能保证居民需求得到最大限度的满足？对此，我国经济学界还没有作出清楚的回答。我觉得，西方经济学的某些部分（如全部均衡论）可为这个问题的解答提供一些分析工具。本文将利用全部均衡模型来研究社会主义经济中的资源最优分配与价格形成问题。

二、全部均衡模型

全部均衡论是上一世纪法国经济学家瓦尔拉提出的一种关于理想化的资本主义经济的系统理论。这种理论认为社会经济的各个方面是相互联系、相互制约的，其相互作用的情况可以用一组联立方程式来描述，其作用结果则表现为该联立方程组的解。

全部均衡论对于经济系统的描述以如下四条为基础：1. 一组反映消费者偏好的需求函数；2. 一组反映工艺技术关系的生产函数；3. 各种资源的数量；4. 完全自由竞争。

根据这样四条，可以得出一个纯粹市场经济系统的数学模型。用此模型可以确定：（1）各种资源在各生产部门的分配；（2）各种产品的产量；（3）各种产品的价格；（4）各种资源的价格。

全部均衡论关心的主要问题是价格形成问题。它证明，对于一个经济系统，存在一套均衡价格，在这套价格之下，生产者愿意生产的各种产品数量正好等于消费者愿意购买的数量。它还证明，完全自由竞争所决定的资源分配和价格具有最优性。

作为全部均衡模型基础的生产函数、需求函数和资源数量，同样是社会主义经济系统分析的基础。只是社会主义经济的机制不同于资本主义的，不能用“完全自由竞争”来描述。社会主义经济的机制如何概括，如何表述，现在还没有成熟的意见，本文也不讨论它。不考虑经济机制，同样可以探讨资源最优分配与价格形成问题。这种探讨只回答最优状态是什么的问题，而不回答如何达到最优状态的问题。这里的关键是要有一个优化的标准。我认为，本文引论中所提出的生产符合需要和生产达到最大限度，就是一个

适当的优化标准。因为它符合社会主义基本经济规律的要求。

根据生产函数、需求函数和资源数量，再加上一个由社会主义基本经济规律所引出的优化标准，我们能够建造一个社会主义经济的资源最优分配与价格形成的数学模型。

下面，我们给出一个简化的社会主义经济系统的全部均衡静态模型。这里的简化是指：（1）仅仅考虑劳动和资金这两种资源；（2）抽象掉劳动在质上的差别；（3）假定生产中实物的投入产出系数（直接消耗系数）不受价格变动的影响。静态是指：不考虑积累和投资，假定最终产品全部用于消费。

模型由以下方程式组成

1. 生产函数

$$Q_i=Q_i(L_i,\ K_i),\quad i=1,\ \cdots,n \qquad (2\cdot1)$$

式中Q_i表示第i种产品的生产量，L_i和K_i表示第i部门所使用的劳动量和资金量。

2. 需求函数

$$C_i=C_i(p_1,\cdots,p_n,y),\ i=1,\cdots,n \qquad (2\cdot2)$$

式中C_i表示社会对第i种产品的消费需求量，$p_1,\cdots$，p_n表示各种商品的价格，y表示国民收入。

需求函数必须满足$\sum_{i=1}^{n}p_iC_i=y$，这叫做需求函数的可加性。

3. 中间需求

$$V_i=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}Q_j,\ i=1,\cdots,n \qquad (2\cdot3)$$

式中V_i表示社会对第i种产品的中间需求，a_{ij}表示第j部门生产单位产品所消耗的第i部门产品的数量。

4. 供求平衡

$$Q_i=C_i+V_i\quad i=1,\cdots,n \qquad (2\cdot4)$$

5. 单位产品净值

$$PN_i=P_i-\sum_{j=1}^{n}a_{ji}p_j\quad i=1,\cdots,n \qquad (2\cdot5)$$

式中PNi表示第i部门单位产品净值

6. 国民收入 $y=\sum_{i=1}^{n}PN_i\cdot Q_i$ (2·6)

为了最大限度地满足人们的需要，一方面要使生产符合需要，另一方面要在资源限制下使国民收入最大。前者已由第4式（供求平衡式）保证，后者则可用拉格朗日乘数法来解决。设社会的劳动力总数为L，资金总数为K，则资源限制条件为：

7. 劳动力限制 $\sum_{i=1}^{n}L_i=L$ (2·7)

8. 资金限制 $\sum_{i=1}^{n}K_i=K$ (2·8)

在这两个限制条件下，求国民收入最大，须使以下拉格朗日函数

$$G=\sum_{i=1}^{n}PN_iQ_i+\lambda(L-\sum_{i=1}^{n}L_i)+\mu(K-\sum_{i=1}^{n}K_i)$$

对变量L_i和K_i的一阶偏导数等于零：

$$\frac{\partial G}{\partial L}=0,\ \frac{\partial G}{\partial K}=0$$

由此我们得到以下资源分配方程：

9. 劳动力分配方程

$$PN_i\frac{\partial Q_i}{\partial L_i}=\lambda\qquad i=1,\cdots,n \qquad (2\cdot9)$$

10. 资金分配方程

$$PN_i\frac{\partial Q_i}{\partial K_i}=\mu\qquad i=1,\cdots,n \qquad (2\cdot10)$$

以上三式中的λ、μ是拉格朗日乘数，其经济含义是资源的边际价值。具体来说，λ是在资源最优利用条件下，社会再增加一单位劳动所能带来的国民收入增加额；μ是在同样条件下再增加一单位资金所能带来的国民收入增加额。经济学家把λ称为影子工资，μ称为影子利率。

最后，模型还要有一个价格标准方程。不妨令第一种产品的价格等于某一适当值$\bar{p}_1$：

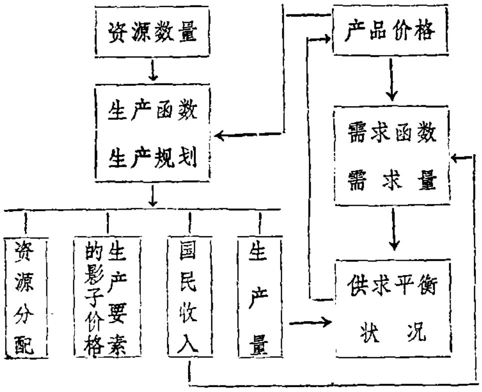
11. $$P_1=\bar{p}_1 \qquad (2\cdot11)$$

以上共计7n+4个方程式。实际上只

有 7 n + 3 个独立方程式，其中一个方程式(2·6)可由其它方程式推出来。这是因为需求函数满足可加性 $\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot C_i = y$（各项支出之和等于总支出）的缘故。

从变量数看，模型正好有 7 n + 3 个变量：Q_i，C_i，V_i，K_i，L_i，P_i，PN_i（以上各 n 个），y，λ 和 μ。因此模型有解。现代数理经济学家就均衡模型解的存在性及其唯一性的条件进行了深入的探讨。这种探讨要用到高深的数学，这里就不介绍了。

以上模型的机理可用下图来说明



上图省略了中间需求，以突出主要的联系。由该图看出模型的运行是这样的：（1）由资源数量、产品价格和生产函数作出生产规划（产品价格用作目标函数的权数），由规划得出资源分配、要素价格、国民收入和生产量。（2）将产品价格和国民收入代入需求函数，得出需求量。（3）根据生产量和需求量的平衡状况调整产品价格。

这一运行情况表明，资源数量、生产函数和需求函数是整个经济系统分析的基础；产品价格是调节整个系统运行的中心环节。

三、全部均衡模型举例

为了使读者对于全部均衡模型有更具体的了解，我们这里举一个简单的例子。

设全社会只有劳动力和土地这两种资源，只生产粮食和棉花这两种产品。并且假定（1）劳动力没有质的差别，土地也没有质的差别；（2）生产中不用中间投入；（3）全部产品都用于消费。

设全社会的劳动力总数为 1 亿人。用于粮食生产的劳动力数记为 L_1，用于棉花生产的劳动力数记为 L_2，则劳动力限制方程为

$$L_1 + L_2 = 1\text{（亿人）} \qquad (3\cdot 1)$$

设全社会土地总数为 10 亿亩。用于粮食生产的土地数记为 K_1，用于棉花生产的土地数记为 K_2，则土地限制方程为

$$K_1 + K_2 = 10\text{（亿亩）} \qquad (3\cdot 2)$$

设全社会粮食生产函数和棉花生产函数如下：

$$Q_1 = 1000\sqrt[3]{K_1^2 L_1}$$

（粮食生产函数）　　(3·3)

$$Q_2 = 100\sqrt{K_2 L_2}$$

（棉花生产函数）　　(3·4)

这两个生产函数是柯布—道格拉斯型生产函数，而且是一次齐次性函数。

再设全社会对粮食和棉花的需求函数如下：

$$Q_1^d = 1000 + 0.5y/p_1 - 30p_2/p_1$$

（粮食需求函数）　　(3·5)

$$Q_2^d = 30 + 0.5y/p_2 - 1000p_1/p_2$$

（棉花需求函数）　　(3·6)

式中 Q_1^d、Q_2^d 分别表示全社会对粮、棉的需求量，y 表示国民收入，p_1，p_2 分别表示粮食、棉花的价格。

现在，根据最大限度满足需要的原则来建立有关方程。首先，生产应该符合需要，即

$$Q_1 = Q_1^d \qquad (3\cdot 7)$$

$$Q_2 = Q_2^d \qquad (3\cdot 8)$$

其次，要求国民收入最大。在没有中间投入的假设下，国民收入等于社会总产品，即

$$y=P_1Q_1+P_2Q_2 \qquad (3\cdot 9)$$

在资源限制下求国民收入最大，须使以下拉氏函数

$$L=P_1Q_1+P_2Q_2+\lambda(1-L_1-L_2)+\mu(10-K_1-K_2)$$

对变量的偏导数$\frac{\partial L}{\partial L}$，$\frac{\partial L}{\partial K}$等于0。由此得出资源分配方程如下：

$$P_1\frac{\partial Q_1}{\partial L_1}=P_1\frac{1}{3}\frac{Q_1}{L_1}=\lambda \qquad (3\cdot 10)$$

$$P_2\frac{\partial Q_2}{\partial L_2}=P_2\frac{1}{2}\frac{Q_2}{L_2}=\lambda \qquad (3\cdot 11)$$

$$P_1\frac{\partial Q_1}{\partial K_1}=P_1\frac{2}{3}\frac{Q_1}{K_1}=\mu \qquad (3\cdot 12)$$

$$P_2\frac{\partial Q_2}{\partial K_2}=P_2\frac{1}{2}\frac{Q_2}{K_2}=\mu \qquad (3\cdot 13)$$

最后，还要有一个价格标准方程。不妨令粮食价格等于1：

$$P_1=1 \qquad (3\cdot 14)$$

以上共计14个方程式，但是只有13个独立方程式。因为需求函数满足可加性，即由(3·5)和(3·6)可推得$P_1Q_1^d+P_2Q_2^d=y$再以(3·7)和(3·8)代入此式，即得出方程(3·9)：$y=P_1Q_1+P_2Q_2$。所以，整个方程组中的独立方程只有13个。整个模型的内生变量正好也是13个。因此模型有解。模型求解结果如下：

$L_1=0.52186$，　$L_2=0.47814$

$K_1=6.858$，　$K_2=3.142$

$Q_1=Q_1^d=2906$，　$Q_2=Q_2^d=122.57$

$P_1=1$，　$P_2=14.483$

$\lambda=1856.3$，　$\mu=282.5$

$y=4681.3$

这样得出的资源分配和产品价格、要素价格是最合理的，因为它们使得产品完全符合社会需要，并且使生产达到了最大可能性。(注意，这里的μ是影子地租而不是影子利率，因为在这个模型中，土地代替了资金。)

四、均衡价格的性质

我们称全部均衡模型所决定的价格为均衡价格。它在模型中占有最重要的地位。我们现在着重讨论它。

1. 均衡价格与生产、需求的关系

价格是联结生产和需求的纽带。它一方面出现在生产资源的最优分配方程中，另一方面出现在需求函数中。同时满足这两套方程式的价格即是均衡价格。也就是说，均衡价格决定于生产和需求两方面。过去我国许多学者在讲理论价格时，只讲生产方面，不讲需求方面，是不全面的，也是不正确的。

尽管均衡价格决定于生产与需求两方面，但是我认为这两方面的作用是有区别的。我认为生产是主导方面，需求是非主导方面。理由是：从生产方面可以客观地计算出产品价格的变动范围，从需求方面则不可能作出这种计算。现在，我们就第三部分的例子从生产方面来计算产品价格的变动范围。计算分两步：

第一步，求出生产要素的最优组合关系。由(3·10)～(3·13)可得到$\frac{\lambda}{\mu}=\frac{1}{2}\frac{K_1}{L_1}=\frac{K_2}{L_2}$

再由(3·1)和(3·2)得$L_2=1-L_1$，$K_2=10-K_1$；以此代入上式，得$\frac{1}{2}\frac{K_1}{L_1}=\frac{10-K^1}{1-L_1}$

此式化简后成为$L_1=\frac{K_1}{20-K_1} \qquad (4\cdot 1)$

这就是该模型中粮食生产投入的两种生产要素的最优组合关系式。

第二步，计算棉粮比价的变动范围。

由(3·10)和(3·11)得

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{2Q_1L_2}{3Q_2L_1}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1000\sqrt[3]{K_1^2L_1}}{100\sqrt{K_2L_2}}\cdot\frac{L_2}{L_1}$$

$$=\frac{20}{3}\cdot\frac{\sqrt[3]{K_1^2L_1}}{\sqrt{(10-K_1)(1-L_1)}}\cdot\frac{(1-L_1)}{L_1}$$

再将(4·1)代入上式，化简即得

$$\frac{P_2}{P_1}=\frac{40}{3\sqrt{2}}(20-K_1)^{\frac{1}{6}} \qquad (4\cdot2)$$

此式将棉粮比价表述为 K_1（投入粮食生产的土地数）的函数。由于全社会土地总数只有10亿亩，因此 K_1 只能在0～10（亿亩）的范围内变动。从而棉粮比价 $\frac{P_2}{P_1}$ 只能在

$$\left(\frac{40}{3\sqrt{2}}\cdot10^{\frac{1}{6}}=13.84,\ \frac{40}{3\sqrt{2}}\cdot20^{\frac{1}{6}}=15.53\right)$$

的范围内变动。这一范围的确定仅与生产函数、资源数量及国民收入最大化要求有关，而与需求函数无关。所以，我认为，在价格决定上，生产方面占主导地位。

下面，我们用另一方法来说明价格变动的范围。这种说明将有助于我们对于价格的本质的了解。

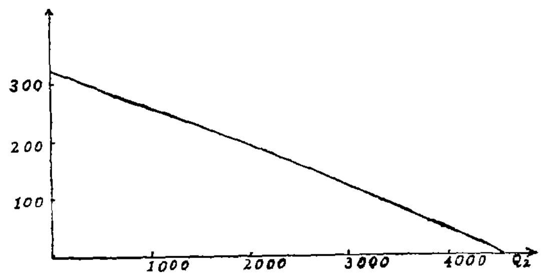
大家知道，在资源有限的条件下，要增加某种产品的生产，就必须减少其它产品的生产。因为在一定时间用于生产的资源总量是既定的。现在我们来考虑这样的问题：假定社会的有限资源仅用于生产甲、乙两种产品。如果我们想增加一单位甲产品的生产，将减少多少单位乙产品的生产？这个问题可用一般的数学方法来解答。这里为照顾数学水平较低的读者，仅用假设例子的简单计算来解答。

我们仍用本文第三部分的例子。社会劳动力总量为1亿人，土地为10亿亩。社会仅生产粮食和棉花这两种产品，其生产函数如(3·3)和(3·4)式所示。根据这些情况以及上面的分析所得出的粮食生产中要素最优组合关系式(4·1)，我们可列出相应于资源分配的变化，两种产品产量的变化如下表：

行序	变量	变量值										
1	K_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	$L_1\left(=\frac{K_1}{20-K_1}\right)$	0	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{17}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{11}$	1
3	$Q_1(=1000\sqrt[3]{K_1^2L_1})$	0	375	763	1167	1587	2027	2489	2977	3494	4047	4642
4	$\triangle Q_1$		375	388	404	420	440	462	488	517	553	595
5	$K_2(=10-K_1)$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
6	$L_2(=1-L_1)$	1	$\frac{18}{19}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{14}{17}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{6}{13}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{11}$	0
7	$Q_2(=100\sqrt{K_2L_2})$	316	292	267	240	212	183	151	118	82	43	0
8	$\triangle Q_2$		-24	-25	-27	-28	-29	-32	-33	-36	-39	-43
9	$\triangle Q_1/\triangle Q_2$		-15.47	-15.33	-15.19	-15.04	-14.88	-14.72	-14.54	-14.36	-14.17	-13.90

表中第3、4、7、8行的数字省略了小数部分；第9行数字是根据未省略小数部分的 $\triangle Q_1/\triangle Q_2$ 计算的，与省略小数部分以后的计算结果略有出入。

现在我们来考察表中第3行和第7行的数字。它们反映了相应于资源分配的变化，两种产品量的消长情况。如果我们以 Q_1 为横坐标，以 Q_2 为纵坐标，将这两种产品量的消长情况标示在平面图上，那么我们可得到一条产品生产的"转换曲线"。其图形如下图中的转换曲线是一条曲率很小，凹向原点的曲线。



转换曲线上某一点的切线的斜率，称为产品生产在该点处的“边际转换率”。其经济含义是：社会增加一单位 Q_1 的生产必须减少多少单位 Q_2 的生产。或者说是以 Q_2 表示的 Q_1 的边际成本。表中第9行的数字是转换曲线在不同区段的边际转换率的倒数，其经济含义是：社会减少一单位 Q_2 的生产，可增加多少单位 Q_1 的生产。或者说是以 Q_1 表示的 Q_2 的边际成本。这一行数字的变动范围是－15.47～－13.90。把这边际转换率的变动范围同前面算出的价格变动范围作一比较，二者的绝对值几乎完全相同。这并非偶合。实际上，可用数学方法证明：均衡模型算出的两种产品的比价一定等于转换曲线相应点处的边际转换率的负数。由此我们认识到：一种商品对于另一种商品的比价，本质上是为多得一单位该种商品必须放弃多少单位另一种商品。

2. 产品价格与要素价格的关系

我们的均衡模型在求出产品价格的同时也求出了被经济学家视为生产要素的影子价格的拉格朗日乘数。现在我们来考察这二者的关系。

关于这个问题的基本结论是：如果生产函数具有一次齐次性① (规模报酬不变)，则用生产要素的影子价格计算的产品成本正好等于产品的价格。我们用第三部分的例子来说明这一点。该例中的粮、棉生产函数都是一次齐次函数；该例中 λ 为影子工资，μ 为影子地租。用这些影子价格计算的产品成本为

$$\text{一斤粮食的成本}=(\lambda L_1+\mu K_1)/Q_1$$

$$=\frac{1856.3\times0.52186+282.5\times6.858}{2906}$$

$$=1=P_1$$

$$\text{一斤棉花的成本}=(\lambda L_2+\mu K_2)/Q_2$$

$$=\frac{1856.3\times0.47814+282.5\times3.142}{122.57}$$

$$=14.483=P_2$$

这就说明了：当生产函数为一次齐次函数时，按要素的影子价格计算的产品成本等于产品的价格。

3. 理论价格与市场价格的关系

本文所讲的均衡价格是一种理论价格。这种理论价格与生产规律、需求规律、资源数量都有关。至于市场价格，则是还受其它因素影响而围绕均衡价格波动的价格。现在，国内一些学者主张定价应以理论价格为基础，同时考虑供求关系，我认为他们指的是定价应跟随市场价格，而不是靠近本文所说的均衡价格。

本文所介绍的资源最优分配与价格形成原理，因为是从最大限度满足人们需要这一目标出发，是以资源的客观限制以及生产函数、需求函数所反映的客观规律为依据，所以具有合理性、科学性。我们应该把这些原理应用于实际工作中。过去我国经济学界所公认的理论价格不考虑需求，不考虑所有稀缺资源对价格的影响，也不考虑稀缺资源的定价问题，这是造成实际经济中生产与需要脱节、资源严重浪费等等问题的根本原因之一。

1985年6月

(作者工作单位：中国社会科学院
数量经济与技术经济研究所)

① 一次齐次函数是指这样性质的函数：当所有自变量 k 倍其值时，因变量也 k 倍其值。即 $Q(kL, kK)=kQ(L, K)$